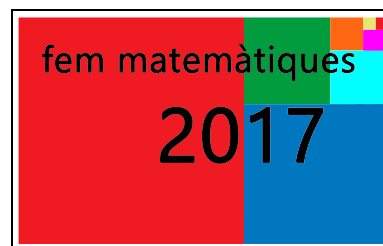


Primera fase

1r d'ESO (Nivell 2)



Abans de començar, us recordem que a la primera fase del Fem Matemàtiques hi podeu participar en grups de **tres** o **quatre** alumnes. Cadascun d'aquests grups ha de resoldre conjuntament els tres problemes que hi ha a continuació, en aquest cas la divisió del treball no és la millor manera de participar.

En el Fem Matemàtiques es valora, a més de la correcció dels resultats, altres aspectes, com l'ús d'estratègies originals i la capacitat per explicar el perquè dels possibles resultats numèrics, és a dir, no poden ser fruit d'un full de càlcul sense més explicacions.

Intenteu fer els problemes el millor que sapigueu, sense defallir si no trobeu la solució a la primera. Mireu de redactar un informe per a cada problema tan complet i clar com pugueu, fins i tot si algun dels diferents apartats no l'heu pogut acabar com us hagués agradat.

D'altra banda us recomanem que abans d'intentar resoldre un problema us familiaritzeu amb l'enunciat, feu proves i després traieu-ne conclusions.

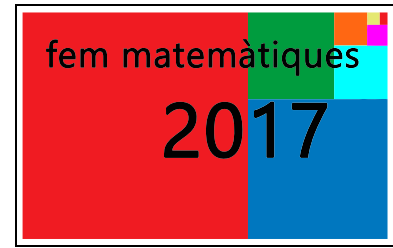
També, cal assenyalar que en el problema 3 per calcular les àrees dels quadrats no cal saber gaires fórmules ni el teorema de Pitàgoras.

Al final, després dels enunciats, hi ha un full quadriculat que us pot ajudar per fer assajos i resoldre el problema 3.



Problemes 1a fase

1r d'ESO (Nivell 2)



1. Travessant el riu.

En una de les ribes d'un riu hi ha un grup de persones, algunes són adults i d'altres són nens. Per passar a l'altra riba disposen d'una barca que, o bé pot portar un adult tot sol, o bé pot portar fins a tres nens. Sabem que totes les persones saben remar i que està permès que un nen viatgi sol a la barca.

Cada vegada que la barca passa d'una riba a l'altra direm que la barca ha fet un viatge. Heu de calcular quin és el nombre més petit de viatges que ha de fer la barca per traslladar a l'altra riba el grup de persones i heu d'explicar quines persones van a la barca a cadascun dels viatges en els casos següents.

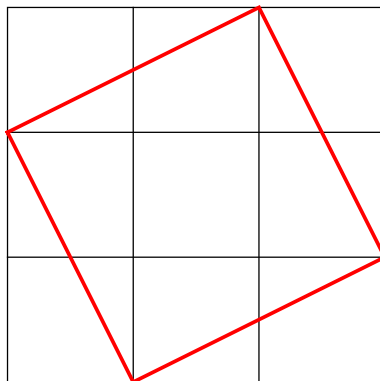
- El grup de persones està format per tres nens i
 - a) dos adults,
 - b) tres adults,
 - c) quatre adults,
 - d) cinc adults,
 - e) quaranta-set adults,
 - f) cinquanta adults.

- Sabem que la barca ha fet 65 viatges. A més dels tres nens, quants adults hi havia al grup ?

- Ara el grup de persones està format per quatre nens i
 - a) tres adults,
 - b) quatre adults,
 - c) quaranta-set adults,
 - d) cinquanta adults.

2. Dibuixeu quadrats.

Teniu una quadrícula quadrada 3×3 , és a dir, formada per 9 quadrats petits i 16 nodes (un *node* és un punt on es tallen dues línies de la quadrícula). Es tracta que marqueu quatre nodes de manera que en unir-los es formi un quadrat. La figura que hi ha aquí sota mostra un dels possibles quadrats.



a) Dibuixeu tots els quadrats que es poden formar unint quatre nodes de la quadrícula 3×3 . Quants quadrats heu dibuixat?

b) Si l'àrea d'un quadrat petit de la quadrícula és 1, quina àrea té el quadrat vermell de la figura?

c) Calculeu les àrees de tots els quadrats que podeu dibuixar a la quadrícula 3×3 . Compteu, per a cada valor possible de l'àrea, quants quadrats hi ha i comproveu que el recompte total us dona el nombre de quadrats que heu dibuixat a l'apartat a).

• Ara la quadrícula és 4×4 , està formada per 16 quadrats petits i 25 nodes.

a) Marqueu quatre nodes que formin un quadrat d'àrea 2. Quants quadrats també d'àrea 2 podeu dibuixar a la quadrícula?

b) Busqueu altres maneres de marcar quatre nodes que determinin un quadrat i indiqueu en cada cas quina és l'àrea del quadrat. Quins són tots els valors possibles de les àrees dels quadrats? Marqueu, per a cada valor possible de l'àrea, quatre nodes que determinin un quadrat d'aquesta àrea i expliqueu com obtindríeu els altres quadrats de la mateixa àrea i quants n'hi ha.

c) Calculeu el nombre total de maneres de marcar quatre nodes que determinin un quadrat.

• Ara la quadrícula és 5×5 , té 25 quadrats petits i 36 nodes.

a) Quins són els valors de les àrees dels quadrats que es poden formar marcant quatre nodes? Marqueu, per a cada valor possible de l'àrea, quatre nodes que determinin un quadrat d'aquesta àrea i expliqueu com obtindríeu els altres quadrats de la mateixa àrea.

b) Calculeu el nombre total de maneres de marcar quatre nodes de manera que deter-

minin un quadrat.

- Ara la quadrícula és 6×6 , té 36 quadrats petits i 49 nodes.

a) Quins són els valors de les àrees dels quadrats que es poden formar marcant quatre nodes? Marqueu, per a cada valor possible de l'àrea, quatre nodes que determinin un quadrat d'aquesta àrea i expliqueu com obtindríeu els altres quadrats de la mateixa àrea.

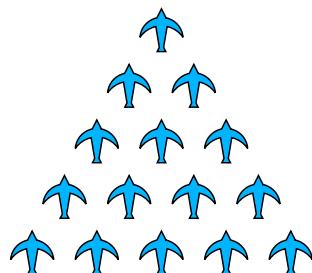
b) Calculeu el nombre total de maneres de marcar quatre nodes de manera que determinin un quadrat.

- En el cas que la quadrícula sigui 9×9 , digueu quins són els valors possibles de les àrees dels quadrats que es poden formar marcant quatre nodes. Marqueu, per a cada valor possible de l'àrea, quatre nodes que determinin un quadrat d'aquesta àrea

3. Esbarts d'ocells triangulars.

Durant les migracions hi ha alguns ocells que volen formant un triangle perquè d'aquesta manera estalvien energia. En tot el problema parlarem d'*esbart triangular* o simplement d'*esbart* per referir-nos a un grup d'ocells, sempre més d'un ocell, que volen en formació de triangle equilàter.

A la figura següent es mostra una formació de vol que té cinc files, en aquest cas direm que és una formació de rang 5 i la denotarem T_5 .



Observeu que aquesta formació té $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ ocells. Escrivem $T_5 = 15$. La formació de rang 6 té $T_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = T_5 + 6 = 21$ ocells.

a) Feu una taula on es mostri el nombre d'ocells de les formacions T_2, T_3, T_4, \dots fins a T_{20} .

• Quan es troben dos esbarts triangulars tendeixen a unir-se per formar un esbart més gran. Normalment l'esbart de rang més petit s'afegeix a les files posteriors del de rang més gran però també ho poden fer a l'inrevés.

b) Considereu un esbart volant en formació T_5 i digueu amb quins esbarts de rang més gran o més petit es pot unir per formar un esbart més gran. En cada cas expliqueu com s'uneixen i quin rang té l'esbart que en resulta.

c) Feu el mateix de l'apartat anterior per als esbarts T_8, T_9 i T_{12} .

d) L'esbart que vola en formació $T_{14} = 105$ amb quins esbarts es pot unir per formar un esbart de rang més gran? Com s'uneixen i quin rang té l'esbart que en resulta?

e) L'esbart que vola en formació $T_{20} = 210$ amb quin esbart es pot unir? Com s'uneixen i quin rang té l'esbart que en resulta?

f) Sabríeu explicar per què els esbarts T_{14} i T_{20} es poden unir al mateix nombre d'esbarts?

